

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Шиломаева Ирина Алексеевна
Должность: Директор филиала
Дата подписания: 28.05.2025 11:49:35
Уникальный программный ключ:
8b264d3408be5f4f2b4acb7cfae7e625f7b6d62e

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХ)
Тучковский филиал Московского политехнического университета

УТВЕРЖДАЮ
заместитель директора по УВР
_____ О.Ю. Педашенко

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.09.01 Линейная алгебра

Направление подготовки

38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Профиль подготовки

Государственная и муниципальная служба

Квалификация (степень)

выпускника

Бакалавр

Форма обучения

Очно-заочная

Тучково 2023

Рабочая программа учебной дисциплины «Линейная алгебра» составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации № 1016 от 13 августа 2020 года (зарегистрирован в Минюсте России 27 августа 2020 г. № 59497).

Организация-разработчик: Тучковский филиал Московского политехнического университета

Разработчик:

Извекова К. В.

1. ЦЕЛИ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

К основным целям освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

- формирование личности студента, его интеллекта и умения логически и алгоритмически мыслить;
- научное обоснование понятий линейной алгебры, первые сведения о которых даются в средней школе;
- знакомство с фундаментальными методами исследования, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.

К основным задачам освоения дисциплины «Линейная алгебра» следует отнести:

В результате изучения обучающийся должен: знать:

- методы линейной алгебры;
 - виды и свойства матриц, системы линейных алгебраических уравнений, N -мерное линейное пространство, векторы и линейные операции над ними;
 - основы линейной алгебры, необходимые для решения практических задач; уметь:
 - использовать аппарат линейной алгебры;
 - применять методы математического моделирования для решения практических задач;
- владеть:
- навыками решения задач линейной алгебры;
 - навыками применения современного математического инструментария для решения практических задач;
 - методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития явлений и процессов.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина «Линейная алгебра» является частью Модуля «Математические и естественно-научные дисциплины» и относится к дисциплинам обязательной части блока Б1 «Дисциплины (модули)» учебного плана, согласно ФГОС ВО для направления подготовки 38.03.04 «Государственное и муниципальное управление».

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТНЕСЕННЫХ С ИНДИКАТОРАМИ ДОСТИЖЕНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции (ИДК)	Планируемые результаты обучения
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИУК-1.1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие. ИУК-1.2. Осуществляет поиск, критически оценивает, обобщает, систематизирует и ранжирует информацию, требуемую для решения поставленной задачи. ИУК-1.3. Рассматривает и предлагает рациональные варианты решения поставленной задачи, используя системный подход, критически оценивает их достоинства и недостатки.	Знать: элементы линейной алгебры, необходимые для решения круга задач оптимизации; основы отбора и ранжирования информации, необходимой для решения поставленной задачи. Уметь: применять методы линейной алгебры для решения круга задач оптимизации; отбирать и ранжировать информацию, необходимую для решения поставленной задачи. Владеть: способностью выбора оптимального метода решения поставленной задачи в зависимости от заданных условий, способностью анализа информационных потоков.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Виды учебной работы	Объем в часах
Общая трудоемкость дисциплины	108 (3 зачетных единиц)
Контактная работа обучающихся с преподавателем (всего)	28
Аудиторная работа (всего), в том числе:	28
Лекции	8
Семинары, практические занятия	20
Лабораторные работы	-
Внеаудиторная работа (всего):	80
в том числе: консультация по дисциплине	-
Самостоятельная работа обучающихся (всего)	80
Вид промежуточной аттестации обучающегося	Экзамен

4.2 Тематический план учебной дисциплины

Наименование разделов и тем	курс	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся и трудоемкость (в часах)							Компетенции
		Всего	Из них аудиторные занятия			Самостоятельная работа	Курсовая работа	Контрольная работа	
			Лекции	Лабораторные работы	Практические /семинарские				
Тема 1. Понятие и представления комплексных чисел. Действия над комплексными числами	1	13	1	-	2	10	-	-	УК-1
Тема 2. Матрицы и определители	1	13	1	-	2	10	-	-	УК-1
Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и их методы их решения	1	15	1	-	4	10		-	УК-1
Тема 4. Векторы. Основные операции над векторами	1	15	1	-	4	10	-	-	УК-1
Тема 5 Векторное пространство. Евклидово пространство	1	26	2	-	4	20	-	-	УК-1
Тема 6 Собственные векторы	1	26	2	-	4	20	-	-	УК-1
Итого по дисциплине		108	8	-	20	80	-	-	

4.3 Содержание дисциплины «Линейная алгебра» по темам

Тема 1 «Понятие и представления комплексных чисел. Действия над комплексными числами»

Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел. Формула Муавра. Деление комплексных чисел. Извлечение корней из комплексных чисел

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

Тема 2. Матрицы и определители

Понятие матрицы её размерность. Сложение и произведение матриц, свойства этих действий с матрицами. Дистрибутивность умножения относительно сложения матриц. Умножение матрицы на число. Понятия единичной и обратной матрицы. Элементарные действия со строками матрицы. Линейная зависимость строк матрицы. Основные свойства детерминанта. Минор и алгебраическое дополнение элемента матрицы. Разложение детерминанта по элементам строки или столбца. Определитель матрицы с линейно зависимыми строками.

Понятие базисного минора матрицы. Понятие ранга матрицы любой размерности и его свойства. Связь понятия ранга матрицы с линейной зависимостью строк. Методы нахождения минора с помощью элементарных преобразований строк матрицы (метод сведения к трапецеидальному виду).

Методы нахождения обратной матрицы: с помощью алгебраических дополнений элементов и с помощью элементарных преобразований строк матрицы. Матричные уравнения.

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и их методы их решения

Запись СЛАУ в матричной форме. Понятие совместности системы линейных алгебраических уравнений. Метод решения системы линейных алгебраических уравнений с помощью обратной матрицы.

Теорема Кронекера Капелли. Методы решения системы линейных алгебраических уравнений: правило Крамера, метод Гаусса и модифицированный метод Жордана Гаусса.

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

Тема 4. Векторы. Основные операции над векторами

Понятие вектора. Линейные операции над векторами: сложение векторов и умножение вектора на число, свойства этих операций. Проекция вектора на ось. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль вектора. Направляющие косинусы. Действия над векторами, заданными проекциями. Линейная зависимость и независимость систем векторов.

Скалярное произведение векторов и его свойства. Выражение скалярного произведения через координаты. Угол между векторами. Векторное произведение векторов и его свойства. Понятие ориентации тройки векторов. Выражение векторного произведения через координаты. Условие коллинеарности векторов. Нахождение площади параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение векторов и его свойства. Выражение смешанного произведения через координаты. Определение взаимной ориентации векторов в пространстве. Установление компланарности векторов. Определение объёмов параллелепипеда и треугольной пирамиды

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

Тема 5 Векторное пространство. Евклидово пространство

n -мерный вектор и векторное пространство. Линейная зависимость векторов в линейном n -мерном векторном пространстве. Понятие базиса системы векторов. Разложение вектора пространства по базису. Переход к новому базису и системе координат, матрица перехода. Нормированное векторное пространство. Норма вектора.

Метрика вводится с помощью скалярного произведения. Неравенство Коши-Буняковского и неравенство треугольника. Теорема о существовании ортонормированного базиса во всяком n -мерном евклидовом пространстве. Понятие линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

Тема 6 Собственные векторы

Понятие собственного значения и собственного вектора линейного оператора. Зависимость между диагональным видом матрицы линейного оператора в некотором базисе и собственными векторами образующими этот базис.

Пример математической модели процесса, приводящийся к понятию собственного вектора и собственного значения матрицы

Практическое занятие

Решение задач. Выполнение кейс-задания

4.4. Практическая подготовка

Практическая подготовка реализуется путем проведения практических занятий, предусматривающих участие обучающихся в выполнении отдельных элементов работ, связанных с будущей профессиональной деятельностью.

Объем занятий в форме практической подготовки составляет 20 часов.

Вид занятия	Тема занятия	Количество часов	Форма проведения	Коды компетенции
Практическое занятие 1	Тема 1. Понятие и представления комплексных чисел. Действия над комплексными числами	2	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1
Практическое занятие 2	Тема 2. Матрицы и определители	2	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1
Практическое занятие 3	Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и их методы их решения	4	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1
Практическое занятие 4	Тема 4. Векторы. Основные операции над векторами	4	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1
Практическое занятие 5	Тема 5 Векторное пространство. Евклидово пространство	4	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1
Практическое занятие 6	Тема 6 Собственные векторы	4	Решение задач. Выполнение кейс-задания	УК-1

4.5. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом по дисциплине в объеме 80 часов.

Самостоятельная работа реализуется в рамках программы освоения дисциплины в следующих формах:

- работа с конспектом занятия (обработка текста);
- проработка тематики самостоятельной работы;
- написание контрольной работы;
- поиск информации в сети «Интернет» и литературе;
- выполнение индивидуальных заданий;
- подготовка к сдаче зачета, экзамена.

Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся;

- углубления и расширения теоретических знаний студентов;

- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию, учебную и специальную литературу;

- развития познавательных способностей и активности обучающихся: творческой инициативы, самостоятельности, ответственности, организованности; формирование самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, совершенствованию и самоорганизации;

- развитию исследовательских умений студентов.

Технология организации самостоятельной работы обучающихся включает использование информационных и материально-технических ресурсов филиала:

- библиотеку с читальным залом, компьютерные классы с возможностью работы в Интернет;

- аудитории для самостоятельной работы.

Перед выполнением обучающимися внеаудиторной самостоятельной работы преподаватель проводит консультирование по выполнению задания, который включает цель задания, его содержания, сроки выполнения, ориентировочный объем работы, основные требования к результатам работы, критерии оценки.

Во время выполнения обучающимися внеаудиторной самостоятельной работы и при необходимости преподаватель может проводить индивидуальные и групповые консультации.

Самостоятельная работа может осуществляться индивидуально или группами обучающихся в зависимости от цели, объема, конкретной тематики самостоятельной работы, уровня сложности, уровня умений обучающихся.

Контроль самостоятельной работы студентов предусматривает:

- соотнесение содержания контроля с целями обучения;

- объективность контроля;

- валидность контроля (соответствие предъявляемых заданий тому, что предполагается проверить);

- дифференциацию контрольно-измерительных материалов.

Формы контроля самостоятельной работы:

- просмотр и проверка выполнения самостоятельной работы преподавателем;

- организация самопроверки, взаимопроверки выполненного задания в группе;

- обсуждение результатов выполненной работы на занятии;

- проведение письменного опроса;
- проведение устного опроса; организация и проведение индивидуального собеседования;
- организация и проведение собеседования с группой.

5. Оценочные материалы по дисциплине

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

Фонд оценочных средств по дисциплине приведён в Приложении 1 (фонд оценочных средств) к рабочей программе дисциплины.

6. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение дисциплины

6.1 Перечень учебных изданий и учебно-методических материалов для освоения дисциплины

Основная литература:

1. Богомолов, Н. В. Математика : учебник для вузов / Н. В. Богомолов, П. И. Самойленко. – 5-е изд., перераб. и доп. – Москва : Издательство Юрайт, 2022. – 401 с. – (Высшее образование). – ISBN 978-5-534- 07001-9. – Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. – URL: <https://urait.ru/bcode/468633>
2. Сухотин, А. М. Высшая математика. Альтернативная методология преподавания : учебное пособие для вузов / А. М. Сухотин, Т. В. Тарбокова. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 223 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6517-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490251>
3. Шипачев, В. С. Высшая математика. Полный курс в 2 т. Том 2 : учебник для вузов / В. С. Шипачев ; под редакцией А. Н. Тихонова. — 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 305 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07891-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/490994>
4. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 1. Дифференциальное и интегральное исчисление в 2 кн. Книга 2 : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 246 с. —

(Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02150-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/491316>

5. Бугров, Я. С. Высшая математика в 3 т. Т. 2. Элементы линейной алгебры и аналитической геометрии : учебник для вузов / Я. С. Бугров, С. М. Никольский. — 7-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 281 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-03009-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/488877>

6. Дунаев, А. С. Специальные функции в 2 ч. Часть 1 : справочник для вузов / А. С. Дунаев, В. И. Шлычков. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 417 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-07664-6. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/492233>

7. Корниенко, Н. А. Высшая математика : учебно-методическое пособие / Н. А. Корниенко. — Москва : РУТ (МИИТ), 2019. — 76 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/175718>

Дополнительная литература:

1. Комплексные числа : учебно-методическое пособие / составитель Н. В. Старковская. — Вологда : ВГМХА им. Н.В. Верещагина, 2015. — 54 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/130711>

2. Бунин, А. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения и их приложения : учебное пособие / А. И. Бунин. — Курск : Курская ГСХА, 2015. — 253 с. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/134799>

Интернет ресурсы:

1. <http://eek.diary.ru/p48574979.htm> – электронный адрес сайта по математике.
2. <http://eek.diary.ru/p48039823.htm> – электронный адрес сайта по математике.
3. <http://eek.diary.ru/p67723918.htm> – электронный адрес сайта по математике.

Медиамаериалы:

1. Жизнь по законам математики | Вопрос науки // Наука 2.0 — <https://youtu.be/47yKt4xy7iM>

2. МОЖНО ЛИ ДОВЕРЯТЬ МАТЕМАТИКЕ? | IQ // SciOne — <https://youtu.be/ZTZjFz8HPUM>

3. Всё про прямоугольный треугольник за 15 минут // Борис Трушин — <https://youtu.be/AYc2zwzH6dw>

4. Всё про рациональные числа за 10 минут // Борис Трушин — <https://youtu.be/qvRk8Y1yHJI>
5. Декартовы координаты на плоскости. Расстояние между точками // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/aGcnWtWQV1s>
6. Координаты на плоскости // Павел Бердов — <https://youtu.be/zXashxzT87Q>
7. Множества. Числовые поля // Судоплатов Сергей Владимирович — <https://youtu.be/bKtQ5EJXAec>
8. Множество действительных чисел // Борис Трушин — <https://youtu.be/6hwENpQqKP0>
9. Системы координат // dU / dV stud — <https://youtu.be/TFg2wkcZi08>
10. Теорема Пифагора // Маткульт-привет! :: Алексей Савватеев и Ко — <https://youtu.be/Xdc8WWFURA8>
11. Понятие числа. Часть 1. Натуральные числа. Целые числа // InternetUrok.ru — <https://youtu.be/EBv4v1ODG1E>
12. Понятие числа. Часть 2. Дроби. Рациональные числа // InternetUrok.ru — <https://youtu.be/0Zu6hZxtPD8>
13. Вычисление определителя при помощи перестановок // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/WvIgKvCKxJ4>
14. Как вычислять определители 2 и 3 порядков? // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/ruqkk5-zYTo>
15. Матричный метод решения систем линейных уравнений // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/SsvQY-ttBQk>
16. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/evDUmzR5TXQ>
17. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений 2 // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/sS87yjF-7Ew>
18. Метод Крамера решения системы линейных уравнений // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/0iiq32aUqBw>
19. Обратная матрица // Павел Бердов — <https://youtu.be/MjSQzo7dXok>
20. Определитель матрицы // Павел Бердов — <https://youtu.be/k5fPjn0lVsE>
21. Простейшие линейные уравнения // Павел Бердов — <https://youtu.be/3Mfo0fpHPzM>
22. Системы линейных уравнений // Судоплатов Сергей Владимирович — <https://youtu.be/Bfaz6Cy32CA>

23. Системы линейных уравнений // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/SrjCnsNQpwY>
24. Канонический вид кривой 2 (второго) порядка доступно и просто // Высшая математика доступно и просто — <https://youtu.be/wDW5JwrAQIE>
25. Декартова система координат // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/40txOsyckhA>
26. Уравнение прямой на плоскости // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/-0E-5uRworY>
27. Уравнение прямой: метод трёх точек // Павел Бердов — <https://youtu.be/KKammaopXk8>
28. Уравнения прямой на плоскости // Судоплатов Сергей Владимирович — <https://youtu.be/kI7Q8d-WpRo>
29. Эллипс, парабола и гипербола. Конические сечения // Борис Трушин — <https://youtu.be/qTzbHGuwYK0>
30. Бином Ньютона // Маткульт-привет! :: Алексей Савватеев и Ко — <https://youtu.be/YXYQmxLDtMw>
31. Всё про прогрессии за 15 минут // Борис Трушин — <https://youtu.be/lZRY6sbyWG8>
32. Предел последовательности // Борис Трушин — <https://youtu.be/ZmwdHAhVsPM>
33. Предел числовой последовательности — определение и примеры // Павел Бердов — https://youtu.be/dMVR_xyiI7U
34. Свойства пределов последовательностей, связанные с неравенствами // Борис Трушин — <https://youtu.be/WTjfi-eqL7E>
35. Треугольник Паскаля 1. Построение «сверху вниз» // GetAClass - Просто математика — <https://youtu.be/0bhpfZgZIAk>
36. Треугольник Паскаля 4. Формула бинома // GetAClass - Просто математика — https://youtu.be/WJ_ml-Aixj4
37. График функции, содержащей модуль // Павел Бердов — <https://youtu.be/s7G25pBnUK8>
38. Задания на область значений функции // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/yHbQicz7to>
39. Как построить график функции // Борис Трушин — <https://youtu.be/HHd5v-ne6Oc>

40. Квадратичная функция и её график // Павел Бердов — <https://youtu.be/4M-NUGZmTiU>
41. Обратная функция // Борис Трушин — <https://youtu.be/LQZa7vPkqqc>
42. Основные элементарные функции. Решение заданий // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/LpKilIYAq-I>
43. Что такое область определения функции и как её найти // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/yOfQMvzv1ms>
44. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Понятие предела функции // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/bxqjufIBF1I>
45. Непрерывность функции в точке. Непрерывность многочленов // Борис Трушин — <https://youtu.be/nXUEw07DWkw>
46. Определение предела функции. Решение задач // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/VrPfmLryri0>
47. Предел функции. Определение предела функции "по Коши" и "по Гейне" // Борис Трушин — <https://youtu.be/UzfAt6DoN3E>
48. Предел функции. Теоремы о пределах // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/K-5jNtzN3tI>
49. Свойства пределов функции // Борис Трушин — <https://youtu.be/Nx2GqsolBQ0>
50. Точки разрыва. Функции Дирихле и Римана. Разрывы монотонных функций // Борис Трушин — <https://youtu.be/mxP1Ig2Ejvw>
51. Наибольшее и наименьшее значение функции на отрезке // Павел Бердов — <https://youtu.be/BjinC6cN2ds>
52. Признаки возрастания и убывания функции // Павел Бердов — <https://youtu.be/H8QdnSLbzAA>
53. Производная произведения и частного // Павел Бердов — <https://youtu.be/ArR5jIHNCr0>
54. Производная сложной функции // Павел Бердов — <https://youtu.be/SoBfRUUp8ofQ>
55. Производная. Начало // Борис Трушин — <https://youtu.be/sSnyhOXFLqc>
56. Простейшие правила вычисления производных // Павел Бердов — <https://youtu.be/8QMq7sd5-h4>
57. Уравнение касательной // Павел Бердов — <https://youtu.be/eEgRt98rFQ0>
58. Что такое производная функции? // Павел Бердов — https://youtu.be/OO2RUE6_YD0

59. Замена переменной в неопределённом интеграле // Павел Бердов — <https://youtu.be/RvCDg4K1oKM>
60. Интегрирование по частям // Павел Бердов — https://youtu.be/cu8SYqWKz_E
61. Несобственные интегралы // Павел Шестопалов — https://youtu.be/0c2hvhso3_M
62. Определённый интеграл — понятие и вычисление // Павел Бердов — <https://youtu.be/MkNG1ueZmYc>
63. Производная и интеграл // InternetUrok.ru — https://youtu.be/ArJ_JGY10DY
64. Таблица первообразных // Павел Бердов — <https://youtu.be/2jRwT6LB2Pc>
65. Формула Ньютона-Лейбница. Что такое первообразная и интеграл // Борис Трушин — <https://youtu.be/2lFUgZjhOH8>
66. Что такое первообразная и неопределённый интеграл // Павел Бердов — <https://youtu.be/MHEjRCZ7q7E>
67. Что такое первообразная функции? // Павел Бердов — <https://youtu.be/B5UTLOMzYBM>
68. Условный экстремум и функция Лагранжа // Павел Бердов — https://youtu.be/nZMbh_8Vlr0
69. Функции нескольких переменных. Введение в понятие // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/dmM3-NvDKt8>
70. Функции нескольких переменных. График функции нескольких переменных // Павел Шестопалов — <https://youtu.be/bZmQZQMMckY>
71. Частные производные // Павел Бердов — https://youtu.be/c_dsX6KErTQ
72. Как научиться решать задачи на вероятность? // Борис Трушин — <https://youtu.be/uQipw8zMjgI>
73. Классическое определение вероятности // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/ZhiEPU7D4VU>
74. Начальные сведения о математической статистике // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/lvJyQJZfgRk>
75. Понятие вероятности. Классическое определение вероятности // Видеоуроки математики — <https://youtu.be/HPaMEQxI61o>
76. Пример решения задачи по теории вероятностей // Павел Бердов — <https://youtu.be/qs2ibQDI7mc>
77. Теория вероятностей // InternetUrok.ru — <https://youtu.be/oHQfAmBv7SM>
78. Теория вероятностей 1: два кубика // GetAClass - Просто математика — <https://youtu.be/mYAfKFdr8g8>

6.2 Перечень материально-технического, программного обеспечения

Наименование дисциплины (модуля), практик в соответствии с учебным планом	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения.
Б1.О.09.01 Линейная алгебра	Кабинет математики Аудитория для самостоятельной работы	Учебные места, оборудованные блочной мебелью, компьютерами с выходом в сеть интернет, рабочее место преподавателя в составе стол, стул, тумба, компьютер преподавателя с выходом в сеть интернет, экран, мультимедийный проектор, тематические стенды, презентационный материал Учебные места, оборудованные блочной мебелью, компьютерами с выходом в сеть интернет, многофункциональное устройство	Microsoft Windows XP Microsoft Office Kaspersky Endpoint для бизнеса КонсультантПлюс AdobeReader Cisco WebEx Информационно-коммуникационная платформа «Сферум» Образовательная платформа https://mospolytech-tuchkovo.online/

7. Методические рекомендации по обучению лиц с ограниченными возможностями здоровья и инвалидов

Обучение по дисциплине обучающихся с ограниченными возможностями здоровья осуществляется с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

Содержание образования и условия организации обучения, обучающихся с ограниченными возможностями здоровья определяются адаптированной образовательной программой, а для инвалидов также в соответствии с индивидуальной программой реабилитации инвалида.

Освоение дисциплины обучающимися с ограниченными возможностями здоровья может быть организовано как совместно с другими обучающимися, так и в отдельных группах. Предполагаются специальные условия для получения образования обучающимися с ограниченными возможностями здоровья.

Профессорско-педагогический состав знакомится с психолого-физиологическими особенностями обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, индивидуальными программами реабилитации инвалидов (при наличии).

В соответствии с методическими рекомендациями Минобрнауки РФ (утв. 8 апреля 2014 г. N АК-44/05вн) в курсе предполагается использовать социально-активные и рефлексивные методы обучения, технологии социокультурной реабилитации с целью оказания помощи в установлении полноценных межличностных отношений с другими студентами, создании комфортного психологического климата в студенческой группе. Подбор и разработка учебных материалов производятся с учетом предоставления материала в различных формах: аудиальной, визуальной, с использованием специальных технических средств и информационных систем.

Освоение дисциплины лицами с ОВЗ осуществляется с использованием средств обучения общего и специального назначения (персонального и коллективного использования). Материально-техническое обеспечение предусматривает приспособление аудиторий к нуждам лиц с ОВЗ.

Форма проведения аттестации для студентов-инвалидов устанавливается с учетом индивидуальных психофизических особенностей. Для студентов с ОВЗ предусматривается доступная форма предоставления заданий оценочных средств, а именно:

- в печатной или электронной форме (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);
- в печатной форме или электронной форме с увеличенным шрифтом и контрастностью (для лиц с нарушениями слуха, речи, зрения);
- методом чтения ассистентом задания вслух (для лиц с нарушениями зрения).

Студентам с инвалидностью увеличивается время на подготовку ответов на контрольные вопросы. Для таких студентов предусматривается доступная форма предоставления ответов на задания, а именно:

- письменно на бумаге или набором ответов на компьютере (для лиц с нарушениями слуха, речи);
- выбором ответа из возможных вариантов с использованием услуг ассистента (для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата);

- устно (для лиц с нарушениями зрения, опорно-двигательного аппарата).
- при необходимости для обучающихся с инвалидностью процедура оценивания результатов обучения может проводиться в несколько этапов.

8. Образовательные технологии

Учебный процесс при преподавании курса основывается на использовании традиционных, инновационных и информационных образовательных технологий. Традиционные образовательные технологии представлены лекциями и семинарскими (практическими) занятиями. Инновационные образовательные технологии используются в виде широкого применения активных и интерактивных форм проведения занятий. Информационные образовательные технологии реализуются путем активизации самостоятельной работы студентов в информационной образовательной среде.

**Фонд оценочных средств
для текущего контроля и промежуточной аттестации при изучении
учебной дисциплины
Б1.О.09.01
Линейная алгебра**

1. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код и наименование компетенции	Индикатор достижения компетенции	Наименование оценочного средства
Тема 1. Понятие и представления комплексных чисел. Действия над комплексными числами	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен
Тема 2. Матрицы и определители	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен
Тема 3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) и их методы их решения	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен
Тема 4. Векторы. Основные операции над векторами	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен
Тема 5 Векторное пространство. Евклидово пространство	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен
Тема 6 Собственные векторы	УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УИК-1.1, УИК-1.2, УИК-1.3	практические работы (отдельный материал); доклады, устный опрос, собеседование; тест, экзамен

Этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП прямо связаны с местом дисциплин в образовательной программе.

Каждый этап формирования компетенции, характеризуется определенными знаниями, умениями и навыками и (или) опытом профессиональной деятельности, которые оцениваются в процессе текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по дисциплине (практике) и в процессе итоговой аттестации. Дисциплина является промежуточным этапом комплекса дисциплин, в ходе изучения которых у студентов формируются компетенция УК-1. Формирования компетенции УК-1 начинается с изучения дисциплин общеобразовательной подготовки. Завершается работа по формированию у студентов указанных компетенций в ходе учебной практики, производственной практики, государственной итоговой аттестации, выполнении выпускной квалификационной работы. Итоговая оценка сформированности компетенции УК-1 определяется в подготовке и сдаче государственного экзамена, в выполнении и защите выпускной квалификационной работы.

2. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), ХАРАКТЕРИЗУЮЩИХ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ В ПРОЦЕССЕ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

2.1 ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ К ЭКЗАМЕНУ

1. Мнимая единица. Геометрическое изображение комплексных чисел.
2. Модуль и аргумент комплексного числа.
3. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы записи комплексных чисел.
4. Сложение, вычитание и умножение комплексных чисел.
5. Формула Муавра.
6. Деление комплексных чисел.
7. Извлечение корней из комплексных чисел.
8. Матрицы и линейные операции над ними. Свойства операций.
9. Матрицы и умножение матриц.
10. Определители второго и третьего порядка. Их свойства.
11. Определители n -го порядка. Свойства определителей.
12. Теорема Лапласа (о значении определителя).
13. Система линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
14. Обратная матрица и ее свойства.
15. Матричные уравнения.
16. Матричная запись и матричное решение СЛАУ.
17. Метод Гаусса для решения СЛАУ.
18. Метод Жордана-Гаусса для решения СЛАУ.
19. Ранг матрицы. Его свойства.
20. Исследование СЛАУ. Теорема Кронекера-Капелли (о совместности системы).

21. Алгоритм решения произвольной СЛАУ.
22. Система линейных однородных уравнений (СЛОУ). Теорема о ненулевом решении СЛОУ.
23. Фундаментальная система решений СЛОУ. Ее свойства.
24. Векторы. Линейные операции над векторами. Свойства линейных операций.
25. Проекция вектора на ось. Свойства проекций.
26. Разложение вектора по ортам координатных осей. Модуль и направляющие косинусы вектора.
27. Коллинеарные векторы. Их свойства. Координаты вектора.
28. Скалярное произведение векторов. Его свойства.
29. Векторное произведение векторов. Его свойства.
30. Смешанное произведение векторов. Его свойства.
31. Понятие линейной зависимости и независимости векторов.
32. Линейная зависимость векторов на плоскости.
33. Линейное (векторное) пространство. Примеры линейных пространств.
34. Размерность и базис линейного пространства.
35. Переход к новому базису.
36. Линейные операторы. Теорема о матрице линейного оператора.
37. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
38. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора

Критерии оценивания

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«отлично»	теоретическое содержание материала освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения большинства из них оценено числом баллов, близким к максимальному
«хорошо»	теоретическое содержание материала освоено полностью, без пробелов, некоторые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы недостаточно, все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество выполнения ни одного из них не оценено минимальным числом баллов, некоторые виды заданий выполнены с ошибками
«удовлетворительно»	теоретическое содержание материала освоено частично, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом в основном сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий выполнено, некоторые из выполненных заданий, содержат ошибки
«не удовлетворительно»	теоретическое содержание материала не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, большинство предусмотренных программой обучения учебных заданий не выполнено, либо качество их выполнения оценено числом баллов, близких к минимальному; при дополнительной самостоятельной работе над материалом курса возможно повышение качества выполнения учебных заданий.

2.2 ТИПОВОЕ ТЕСТОВОЕ ЗАДАНИЕ

Вариант 1

№	Тестовое задание	Правильный ответ
1	Разделить число $z_1 = 2+3i$ на число $z_2 = 1+4i$	Ответ: 1

	Выберите один правильный ответ. 1) $\frac{14}{17} - i \frac{5}{17}$ 2) $\frac{14}{17} + i \frac{5}{17}$ 3) $i \frac{9}{17}$ 4) $\frac{9}{17}$	
2	Найти определитель Δ $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \end{vmatrix}$ Выберите один правильный ответ. 1) -1 2) 1 3) -2 4) 5	Ответ: 2
3	Найти длину вектора $\overrightarrow{AB}$, если заданы координаты точек $A(3; 4; 5)$ и $B(3; 7; 9)$ Выберите один правильный ответ. 1) 1 2) 7 3) 5 4) 25	Ответ: 3
4	Определитель матрицы обладает следующими свойствами: Выберите четыре правильных ответа. 1) Если у определителя какая-либо строка (столбец) состоит из нулей, то определитель равен нулю 2) Если две строки (два столбца) поменять местами, то определитель не изменит знак. 3) Если какие-либо две строки (два столбца) определителя равны или пропорциональны (т.е. элементы одной строки (столбца) получаются умножением элементов другой строки (столбца) на одно и то же число), то определитель равен нулю 4) Если две строки (два столбца) поменять местами, то определитель изменит знак 5) Если на главной диагонали определителя стоят единицы, то этот определитель равен 1. 6) Если к элементам одной строки (столбца) прибавить соответствующие элементы другой строки (столбца), предварительно умноженные на одно и то же число, то определитель не изменится	Ответ: 1, 3, 4, 6
5	Решить СЛАУ: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$ Выберите один правильный ответ.	Ответ: 4

	1) (-1; -1; -1) 2) (1; -1; -1) 3) (-1; 1; -1) 4) (1; 1; 1)																								
6	Соотнесите понятия и определения. К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца. <table><tr><td>1</td><td>Величины, которые полностью определяются своим численным значением, называются</td><td>а</td><td>векторные величины</td></tr><tr><td>2</td><td>Величины, которые определяются не только числовым значением, но и направлением, называются</td><td>б</td><td>равные векторы</td></tr><tr><td>3</td><td>Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то они называются</td><td>в</td><td>компланарные векторы</td></tr><tr><td>4</td><td>Если векторы лежат в одной или параллельных плоскостях, то они называются</td><td>г</td><td>скалярные величины</td></tr><tr><td>5</td><td>Если векторы одинаково направлены и имеют одинаковые длины, то они называются</td><td>д</td><td>коллинеарные векторы</td></tr></table>				1	Величины, которые полностью определяются своим численным значением, называются	а	векторные величины	2	Величины, которые определяются не только числовым значением, но и направлением, называются	б	равные векторы	3	Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то они называются	в	компланарные векторы	4	Если векторы лежат в одной или параллельных плоскостях, то они называются	г	скалярные величины	5	Если векторы одинаково направлены и имеют одинаковые длины, то они называются	д	коллинеарные векторы	Ответ: 1-г 2-а 3-д 4-в 5-б
1	Величины, которые полностью определяются своим численным значением, называются	а	векторные величины																						
2	Величины, которые определяются не только числовым значением, но и направлением, называются	б	равные векторы																						
3	Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ лежат на одной прямой или на параллельных прямых, то они называются	в	компланарные векторы																						
4	Если векторы лежат в одной или параллельных плоскостях, то они называются	г	скалярные величины																						
5	Если векторы одинаково направлены и имеют одинаковые длины, то они называются	д	коллинеарные векторы																						
7	Установите соответствие между элементами матрицы и их алгебраическими дополнениями. $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ К каждой позиции первого столбца (элементы матрицы В) подберите соответствующую позицию из второго столбца (алгебраические дополнения к элементам матрицы В). <table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>а</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>б</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>в</td><td>-1</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>г</td><td>-1</td></tr></table>				1	-1	а	3	2	0	б	0	3	1	в	-1	4	3	г	-1	Ответ: 1-а 2-в 3-б 4-г				
1	-1	а	3																						
2	0	б	0																						
3	1	в	-1																						
4	3	г	-1																						
8	При решении системы линейных уравнений методом Крамера были найдены определители $\Delta, \Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$ $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$ К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца. <table><tr><td>1</td><td>Δ</td><td>а</td><td>195</td></tr><tr><td>2</td><td>Δ_1</td><td>б</td><td>39</td></tr><tr><td>3</td><td>Δ_2</td><td>в</td><td>78</td></tr><tr><td>4</td><td>Δ_3</td><td>г</td><td>117</td></tr></table>				1	Δ	а	195	2	Δ_1	б	39	3	Δ_2	в	78	4	Δ_3	г	117	Ответ: 1-б 2-в 3-г 4-а				
1	Δ	а	195																						
2	Δ_1	б	39																						
3	Δ_2	в	78																						
4	Δ_3	г	117																						

9	Необходимо решить систему n линейных уравнений с n неизвестными по формулам Крамера (система совместна и определена). Установите верную последовательность решения: 1) Составляют матрицу A из коэффициентов при неизвестных 2) Находят определители $\Delta_j (j = \overline{1, n})$, полученные из Δ заменой столбца коэффициентов при x_j столбцом свободных членов. 3) Находят определитель Δ матрицы A 4) Находят неизвестные по формулам $x_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}, (j = \overline{1, n})$	Ответ: 1,3, 2,4
10	Выберите правильную последовательность действий при решении СЛАУ методом обратной матрицы, если известно, что система совместна и определена. Выберите один правильный ответ. 1) записать СЛАУ в матричной форме $A \cdot X = B$, найти алгебраические дополнения к элементам матрицы A, составить матрицу из алгебраических дополнений A^{-1}, найти столбец неизвестных по формуле $X = A^{-1} \cdot B$ 2) записать СЛАУ в матричной форме $A \cdot X = B$, найти определитель матрицы A, найти алгебраические дополнения к элементам матрицы A, составить матрицу из алгебраических дополнений, транспонировать матрицу из алгебраических дополнений, найти по соответствующей формуле обратную матрицу A^{-1} к матрице A, найти столбец неизвестных по формуле $X = A^{-1} \cdot B$ 3) записать СЛАУ в матричной форме $A \cdot X = B$, найти алгебраические дополнения к элементам матрицы A, составить матрицу из алгебраических дополнений, транспонировать матрицу из алгебраических дополнений обозначив ее A^{-1}, найти столбец неизвестных по формуле $X = A^{-1} \cdot B$	Ответ: 2
11	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ — направленный прямолинейный отрезок, т. е. отрезок, имеющий длину и определенное направление.	Ответ: Вектор
12	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ матрица это матрица, все элементы которой равны нулю.	Ответ: Нулевая
13	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ число - это выражение вида $z = x + iy,$ где x, y – некоторые действительные числа; i – символ, называемый мнимой единицей, обладающий свойством $i^2 = -1.$	Ответ: Комплексное
14	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ векторного пространства —	Ответ: Базис

	совокупность линейно независимых векторов, упорядоченная и в своей численности равная размерности пространства .	
15	Проанализируйте, можно ли выполнить данное действие над матрицами, если да, то выберите верный ответ, если нет, то выберите причины, по которым это выполнить нельзя. $A + B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ а) можно, сумма матриц равна $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 6 & 3 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ б) можно, сумма матриц равна $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & 6 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$ в) нельзя, так как можно складывать матрицы одинакового размера г) нельзя, так как можно складывать матрицы, у которых количество столбцов первой матрицы совпадает с количеством строк второй матрицы	Ответ: в)
16	Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах $\begin{pmatrix} \vec{a} + 3\vec{b} \end{pmatrix}$ и $\begin{pmatrix} 3\vec{a} + \vec{b} \end{pmatrix}$, если $\vec{a} = \vec{b} = 1$ и угол между векторами равен 30°	Ответ: 4
17	Найти сумму комплексных чисел $(3+2i)$ и $(-2-i)$, и определить аргумент полученного числа. а) $1+i$, аргумент равен 45° б) $1-i$, аргумент равен 90° в) $1+i$, аргумент равен 2 г) $1+i$, аргумент равен $\sqrt{2}$	Ответ: 1) $1+i$ 2) 45°
18	При решении системы уравнений с помощью обратной матрицы студент допустил ошибку в расчетах и неправильно из-за нее нашел одну из неизвестных, найдите первичную ошибку и определите какую неизвестную он нашел неверно. $\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$ Решение 1) Составим соответствующие матрицы: $A = \begin{pmatrix} 4 & -3 & 2 \\ 2 & 5 & -3 \\ 5 & 6 & -2 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 9 \\ 4 \\ 18 \end{pmatrix}$ 2) найдем определитель матрицы A $\Delta = \det A = 39$ 3) Составим обратную матрицу. Для этого к каждому элементу находим алгебраические дополнения.	Ответ: б)

	$A_{11} = (-1)^{1+1} \cdot \begin{vmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -2 \end{vmatrix} = (-1)^2 \cdot (-10 + 18) = 8$ Аналогично остальные алгебраические дополнения: $A_{12} = -11$ $A_{13} = -13$ $A_{21} = 6$ $A_{22} = -18$ $A_{23} = 39$ $A_{31} = -1$ $A_{32} = 16$ $A_{33} = 26$ Тогда обратная матрица $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot A'^T = \frac{1}{39} \cdot \begin{pmatrix} 8 & 6 & -1 \\ -11 & -18 & 16 \\ -13 & 39 & 26 \end{pmatrix}$ Найдем столбец неизвестных перемножим обратную матрицу и матрицу В. Получаем: $\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 13 \end{pmatrix}$ Ответ: $x_1 = 2$ $x_2 = 3$ $x_3 = 13$ а) ошибка допущена при вычислении определителя матрицы А, и неверно найдена неизвестная x_1 б) ошибка допущена при вычислении алгебраического дополнения A_{23}, и неверно найдена неизвестная x_3 в) ошибка допущена при вычислении алгебраического дополнения A_{13}, и неверно найдена неизвестная x_1 г) ошибка допущена при вычислении алгебраического дополнения A_{22}, и неверно найдена неизвестная x_2	
19	Найти z^{48} , если $z = -i$	Ответ: 1
20	Требуется найти все различные значения корня $\sqrt[5]{-243}$. Какое количество различных корней будет (ответ записать в виде числа)?	Ответ: 5

№	Тестовое задание	Правильный ответ
1	Умножить число $z_1 = 2 + 3i$ на число $z_2 = 1 + 4i$ Выберите один правильный ответ. 1) $\frac{14}{17} - i \frac{5}{17}$ 2) $-10 + 11i$ 3) $10 - 11i$ 4) $\frac{9}{17}$	Ответ: 2
2	Найти определитель Δ $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & -1 \end{vmatrix}$ Выберите один правильный ответ. 1) -11 2) -9 3) 11 4) 7	Ответ: 1
3	Найти скалярное произведение векторов $\vec{a}(1; -4; 5)$ и $\vec{b}(2; 5; -2)$ Выберите один правильный ответ. 1) 28 2) 0 3) -28 4) 32	Ответ: 3
4	Определить, какие действия можно выполнить над следующими матрицами: $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ Выберите три правильных ответа. 1) Эти матрицы можно перемножить 2) Эти матрицы можно сложить 3) Любую из матриц можно умножить на любое число 4) Можно найти обратные матрицы к любой из этих матриц 5) Можно найти обратную матрицу только к матрице A 6) Можно найти обратную матрицу только к матрице B	Ответ: 1, 3, 5
5	Решить СЛАУ: $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 1, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 14, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = -4. \end{cases}$ Выберите один правильный ответ. 1) (2; -1; 1) 2) (-2; -1; 1) 3) (2; 1; -1) 4) (-2; 1; -1)	Ответ: 1
6	Соотнесите понятия и определения. К каждой позиции первого столбца подберите	Ответ: 1-а

	соответствующую позицию из второго столбца.				2-в 3-б 4-д 5-г																				
	1	Матрица, все элементы которой равны нулю, называется	а	нулевой																					
	2	Матрица, имеющая одинаковое количество строк и столбцов, называется	б	единичной																					
	3	Квадратная матрица, у которой на главной диагонали стоят 1, а все остальные элементы нули, называется	в	квадратной																					
	4	Квадратная матрица, у которой все элементы, лежащие ниже главной диагонали, равны нулю, называется	г	диагональной																					
	5	Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме, быть может, стоящих на главной диагонали, равны нулю, называется	д	треугольной																					
7	Установите соответствие между элементами матрицы и их минорами. $B = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$ К каждой позиции первого столбца (элементы матрицы B) подберите соответствующую позицию из второго столбца (алгебраические дополнения к элементам матрицы B). <table><tr><td>1</td><td>-1</td><td>а</td><td>3</td></tr><tr><td>2</td><td>0</td><td>б</td><td>0</td></tr><tr><td>3</td><td>1</td><td>в</td><td>1</td></tr><tr><td>4</td><td>3</td><td>г</td><td>-1</td></tr></table>				1	-1	а	3	2	0	б	0	3	1	в	1	4	3	г	-1	Ответ: 1-а 2-в 3-б 4-г				
1	-1	а	3																						
2	0	б	0																						
3	1	в	1																						
4	3	г	-1																						
8	При решении системы линейных уравнений методом Крамера были найдены определители Δ, Δ_1, Δ_2, Δ_3 $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$ К каждой позиции первого столбца подберите соответствующую позицию из второго столбца. <table><tr><td>1</td><td>Δ</td><td>а</td><td>-135</td></tr><tr><td>2</td><td>Δ_1</td><td>б</td><td>-27</td></tr><tr><td>3</td><td>Δ_2</td><td>в</td><td>-81</td></tr><tr><td>4</td><td>Δ_3</td><td>г</td><td>-108</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>				1	Δ	а	-135	2	Δ_1	б	-27	3	Δ_2	в	-81	4	Δ_3	г	-108					Ответ: 1-б 2-в 3-г 4-а
1	Δ	а	-135																						
2	Δ_1	б	-27																						
3	Δ_2	в	-81																						
4	Δ_3	г	-108																						
9	Необходимо решить систему n линейных уравнений с n неизвестными методом обратной матрицы (система совместна и определена). Установите верную последовательность решения: 1) Составляют матрицу A из коэффициентов при неизвестных 2)Находят алгебраические дополнения ко всем элементам матрицы A и составляют матрицу A* из этих алгебраических дополнений				Ответ: 1,3, 2,4, 5, 6																				

	3) Находят определитель Δ матрицы A 4) Транспонируют матрицу A^*, составленную из алгебраических дополнений 5) Находят обратную матрицу по формуле $A^{-1} = \frac{1}{\Delta} \cdot A^{*T}$ Находят столбец неизвестных по формуле $X = A^{-1}B$	
10	Выберите правильную последовательность действий при решении следующего задания: Требуется найти все различные значения корня $\sqrt[3]{-27}$.. Выберите один правильный ответ. 1) Найти модуль и аргумент этого комплексного числа, записать его в тригонометрической форме $z = z \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$, записать формулу корня этого комплексного числа в виде $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{ z } \cdot \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$ $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$, найти три корня, поочередно задавая значения $k=0, 1, 2$, 2) записать сразу ответ -3 3) Найти модуль и аргумент этого комплексного числа, записать его в тригонометрической форме $z = z \cdot (\cos \varphi + i \sin \varphi)$, записать формулу корня этого комплексного числа в виде $\sqrt[n]{z} = \sqrt[n]{ z } \cdot \left(\cos \frac{\varphi + 2\pi k}{n} + i \sin \frac{\varphi + 2\pi k}{n} \right)$ $k \in \{0, 1, 2, \dots, n-1\}$	Ответ: 1
11	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ – это вектор, длина которого равна нулю.	Ответ: Нулевой вектор
12	Запишите понятие, о котором идёт речь. _____ матрица это квадратная матрица, у которой на главной диагонали стоят единицы, а все остальные элементы нули.	Ответ: Единичная
13	Запишите понятие, о котором идёт речь. Запись комплексного числа в виде $z = x + iy$, где x, y – некоторые действительные числа; i – символ, называемый мнимой единицей, обладающий свойством $i^2 = -1.$ называется _____ форма комплексного числа	Ответ: Алгебраическая
14	Запишите понятие, о котором идёт речь. Элементом векторного пространства — является _____.	Ответ: Вектор
15	Проанализируйте, можно ли выполнить данное действие над матрицами, если да, то выберите верный ответ, если нет, то выберите причины, по которым это выполнить нельзя.	Ответ: г)

	$A \cdot B = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$ а) можно, произведение матриц равно $\begin{pmatrix} -2 & 3 & 19 \\ -4 & 5 & 35 \\ -1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ б) можно, произведение матриц равно $\begin{pmatrix} -2 & 3 \\ -4 & 5 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$ в) нельзя, так как можно умножать только матрицы одинакового размера г) нельзя, так как можно умножать матрицы, у которых количество столбцов первой матрицы совпадает с количеством строк второй матрицы	
16	Найти объем треугольной пирамиды, с вершинами A(2; 2; 2), B(4; 3; 3), C(4; 5; 4) и D(5; 5; 6). Ответ записать в виде десятичной дроби с округлением до десятых.	Ответ: 1.2
17	Найти сумму комплексных чисел $(-4+2i)$ и $(5-i)$, и определить аргумент полученного числа. а) $1+i$, аргумент равен 45° б) $1-i$, аргумент равен 90° в) $1+i$, аргумент равен 2 г) $1+i$, аргумент равен $\sqrt{2}$	Ответ: а)
18	При решении системы уравнений по формулам Крамера студент допустил ошибку в расчетах и неправильно из-за нее нашел одну из неизвестных, найдите первичную ошибку и определите какую неизвестную он нашел неверно. $\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$ Решение 1) Составим соответствующие матрицы: $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 \\ 6 \\ 4 \end{pmatrix}$ По формулам Крамера необходимо найти следующие определители:	Ответ: б)

$$\Delta, \quad \Delta_1, \quad \Delta_2, \quad \Delta_3$$

$$\Delta = \det A = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \cdot (1 + 1) - 1 \cdot (1 - 3) - 1 \cdot (-1 - 3) = 4 + 2 + 4 = 10$$

Т.к. определитель матрицы A отличен от нуля, то формулы Крамера можно применять.

Остальные определители получаются из определителя матрицы A путем замены соответствующего столбца на столбец матрицы B .

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 6 & 1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 \end{vmatrix} = 2 - 2 + 10 = 10$$

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 6 & 1 \\ 3 & 4 & 1 \end{vmatrix} = 4 - 2 + 8 = 10$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 6 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 20 + 14 - 4 = 30$$

Теперь находим неизвестные по формулам Крамера:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = 1$$

$$x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 1$$

$$x_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = 3$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Ответ: $x_1 = 1 \quad x_2 = 1 \quad x_3 = 3$

- а) ошибка допущена при вычислении определителя матрицы A , и неверно найдена неизвестная x_1
- б) ошибка допущена при вычислении определителя Δ_2 , и неверно найдена неизвестная x_2
- в) ошибка допущена при вычислении определителя Δ_1 , и неверно найдена неизвестная x_1
- г) ошибка допущена при вычислении определителя Δ_3 , и

	неверно найдена неизвестная x_3	
19	Найти z^{42} , если $z = i$	Ответ: -1
20	Требуется найти все различные значения корня $\sqrt[3]{-8}$. Какое количество различных корней будет (ответ записать в виде числа)?	Ответ: 3

Критерии оценивания

% верных решений (ответов)	Шкала оценивания
85-100%	«отлично»
70-84%	«хорошо»
51-69%	«удовлетворительно»
50% и менее	«не удовлетворительно»

2.3 ЗАДАНИЯ ДЛЯ КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЫ

Таблица вариантов:

		Последняя цифра номера зачетной книжки									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
Предпоследняя цифра зачетной книжки	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
	2	11	20	29	8	17	26	27	28	29	30
	3	12	21	30	9	18	1	2	3	4	5
	4	13	22	1	10	19	6	7	8	9	10
	5	14	23	2	11	20	11	17	23	29	5
	6	15	24	3	12	21	12	18	24	30	6
	7	16	25	4	13	22	13	19	25	1	7
	8	17	26	5	14	23	14	20	26	2	8
	9	18	27	6	15	24	15	21	27	3	9
	0	19	28	7	16	25	16	22	28	4	10

Контрольная работа № 1 (1 семестр)

Таблица вариантов

Вариант	Номера задач							
1	1	11	21	31	41	51	61	71
2	2	12	22	32	42	52	62	72
3	3	13	23	33	43	53	63	73
4	4	14	24	34	44	54	64	74
5	5	15	25	35	45	55	65	75

6	6	16	26	36	46	56	66	76
7	7	17	27	37	47	57	67	77
8	8	18	28	38	48	58	68	78
9	9	19	29	39	49	59	69	79
10	10	20	30	40	50	60	70	80
11	1	11	21	31	41	51	61	71
12	2	12	22	32	42	52	62	72
13	3	13	23	33	43	53	63	73
14	4	14	24	34	44	54	64	74
15	5	15	25	35	45	55	65	75
16	6	16	26	36	46	56	66	76
17	7	17	27	37	47	57	67	77
18	8	18	28	38	48	58	68	78
19	9	19	29	39	49	59	69	79
20	10	20	30	40	50	60	70	80
21	1	11	21	31	41	51	61	71
22	2	12	22	32	42	52	62	72
23	3	13	23	33	43	53	63	73
24	4	14	24	34	44	54	64	74
25	5	15	25	35	45	55	65	75
26	6	16	26	36	46	56	66	76
27	7	17	27	37	47	57	67	77
28	8	18	28	38	48	58	68	78
29	9	19	29	39	49	59	69	79
30	10	20	30	40	50	60	70	80

1. Выполнить действия над матрицами.

$$2(A + B) \cdot (2B - A), \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & 2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}.$$

2. Выполнить действия над матрицами.

$$(A + B) \cdot A - B \cdot (2A + 3B), \text{ где } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Выполнить действия над матрицами.

$$(A - B) \cdot (A + B) + 2A, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

4. Выполнить действия над матрицами.

$$(A^T + B) \cdot 2A, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 2 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

5. Выполнить действия над матрицами.

$$2(A + B) \cdot B^T - B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \\ -1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

6. Выполнить действия над матрицами.

$$(A + B) \cdot B - A \cdot (2A + 3B), \text{ где } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & 0 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ -1 & 0 & -4 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Выполнить действия над матрицами.

$$(A + B) \cdot A - B \cdot 2A, \text{ где } A = \begin{pmatrix} -1 & -2 & 3 \\ 2 & -3 & 1 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 1 & 0 & -4 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

8. Выполнить действия над матрицами.

$$3(A - B) \cdot B^T + B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & -1 \\ 4 & 5 & -2 \\ 1 & 0 & 7 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 4 \end{pmatrix}$$

9. Выполнить действия над матрицами.

$$(A^T + B) \cdot 3A - B, \text{ где } A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 4 \\ 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

10. Выполнить действия над матрицами.

$$(A^T + B) \cdot B - 3A, \text{ где } A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 2 & 1 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & -1 & 2 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

11. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 2x_1 - 5x_2 - 3x_3 = -17, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 0. \end{cases}$$

12. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_1 + x_2 + x_3 = 6, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

13. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 4x_3 = 31, \\ 5x_1 + x_2 + 2x_3 = 29, \\ 3x_1 - x_2 + x_3 = 10. \end{cases}$$

14. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 4, \\ 3x_1 - 5x_2 + 3x_3 = 1, \\ 2x_1 + 7x_2 - x_3 = 8. \end{cases}$$

15. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = -1, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 = -4, \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -2. \end{cases}$$

16. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 5, \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 11. \end{cases}$$

17. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 4x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 9, \\ 2x_1 + 5x_2 - 3x_3 = 4, \\ 5x_1 + 6x_2 - 2x_3 = 18. \end{cases}$$

18. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 + 5x_2 + x_3 = -7, \\ 2x_1 - x_2 - x_3 = 0, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

19. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 - x_3 = 4, \\ 3x_1 + 4x_2 - 2x_3 = 11, \\ 3x_1 - 2x_2 + 4x_3 = 11. \end{cases}$$

20. Дана система линейных уравнений.

1. Решить систему по формулам Крамера;

2. Решить систему с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 = 16, \\ 3x_1 - 2x_2 - 5x_3 = 12. \end{cases}$$

21. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 5, \\ 2x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 + 2x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -5. \end{cases}$$

22. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 3x_4 = 10. \end{cases}$$

23. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 1, \\ 3x_1 - x_2 - x_3 - 2x_4 = -4, \\ 2x_1 + 3x_2 - x_3 - x_4 = -6, \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = -4. \end{cases}$$

24. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 2x_1 - x_2 + 2x_3 + 2x_4 = 2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 4x_3 + x_4 = 3, \\ -x_1 + x_2 + x_3 + 5x_4 = 2. \end{cases}$$

25. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4, \\ 7x_1 + x_2 + 3x_3 + 5x_4 = 16. \end{cases}$$

26. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 11, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 + x_4 = 12, \\ 3x_1 + 4x_2 + x_3 + 2x_4 = 13, \\ 4x_1 + x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 14. \end{cases}$$

27. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = 6, \\ 2x_1 + 5x_2 + 4x_3 + 3x_4 = -19, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 - 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 6x_2 + x_3 - 2x_4 = -12. \end{cases}$$

28. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = 8, \\ 2x_1 + x_3 + 4x_4 = 9, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 5, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + x_4 = -1. \end{cases}$$

29. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12, \\ 2x_1 - 6x_2 + 5x_3 + 7x_4 = 12, \\ 3x_1 + 5x_2 + 7x_3 + x_4 = 0, \\ 5x_1 + 7x_2 + x_3 + 3x_4 = 4. \end{cases}$$

30. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 + x_4 = 1, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 - 3x_4 = -7, \\ -2x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 4x_4 = 3, \\ 2x_1 + 2x_2 - 3x_3 - x_4 = -11. \end{cases}$$

31. Определить компланарность векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$.

$$\vec{a} = \{2, 3, 1\}, \vec{b} = \{-1, 0, -1\}, \vec{c} = \{2, 2, 2\}$$

32. Вычислить проекцию вектора на ось а, если даны его длина d и угол φ наклона к оси:

$$1) d = 6, \varphi = \frac{\pi}{3}$$

$$2) d = 6, \varphi = \frac{2\pi}{3}$$

$$3) d = 7, \varphi = \frac{\pi}{2}$$

$$4) d = 5, \varphi = 0$$

33. Даны точки $M_1(1;-2)$, $M_2(2;1)$, $M_3(5;0)$, $M_4(-1;4)$, $M_5(0;-3)$. Найти проекции на координатные оси следующих векторов

$$1) \overline{M_1 M_2} \quad 2) \overline{M_3 M_1} \quad 3) \overline{M_5 M_4}$$

34. Даны проекции векторов на координатные оси:

$$1) x = 3, y = -4 \quad 2) x = 12, y = 5 \quad 3) x = -8, y = 6$$

Вычислить длину каждого из них

35. Выясните, является ли данная система векторов линейно зависимой или линейно независимой:

$$a) \bar{a}_1 = (1, -2, 2, -8, 2)$$

$$\bar{a}_2 = (1, -2, 1, 5, 3)$$

$$\bar{a}_3 = (1, -2, 4, -7, 0)$$

$$б) \bar{a}_1 = (2, 3, 1, -1)$$

$$\bar{a}_2 = (3, 1, 4, 2)$$

$$\bar{a}_3 = (1, 2, 3, -1)$$

$$\bar{a}_4 = (1, -4, -7, 5)$$

Найдите ранг системы векторов.

36. Выясните, является ли данная система векторов линейно зависимой или линейно независимой:

$$a) \bar{a}_1 = (2, -1, -3, 2, -6)$$

$$\bar{a}_2 = (1, 5, -2, 3, 4)$$

$$\bar{a}_3 = (3, 4, -1, 5, 7)$$

$$\bar{a}_4 = (3, -7, 4, 1, -7)$$

$$\bar{a}_5 = (0, 11, -5, 4, -4)$$

$$б) \bar{a}_1 = (2, 1, 4, -4, 17)$$

$$\bar{a}_2 = (0, 0, 5, -7, 9)$$

$$\bar{a}_3 = (2, 1, -6, 10, -11)$$

$$\bar{a}_4 = (8, 4, 1, 5, 11)$$

$$\bar{a}_5 = (2, 2, 9, -11, 10)$$

Найдите ранг системы векторов.

37. Выясните, является ли данная система векторов линейно зависимой или линейно независимой:

$$\begin{aligned} \text{а) } \bar{a}_1 &= (1, 7, 2, 2, 5, 1) \\ \bar{a}_2 &= (-2, -3, -5, -9, -2, -8) \\ \bar{a}_3 &= (3, 11, 12, 9, 5, 11) \\ \bar{a}_4 &= (2, 26, 8, -2, 16, -2) \\ \bar{a}_5 &= (23, -4, 19, 28, -9, 31) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{б) } \bar{a}_1 &= (3, 5, 1, 7, 6, 5) \\ \bar{a}_2 &= (-2, -3, -5, -7, -8, 8) \\ \bar{a}_3 &= (3, 4, 1, -4, 2, 2) \\ \bar{a}_4 &= (4, 6, 2, -4, 0, 15) \\ \bar{a}_5 &= (7, 15, 22, 11, 14, 10) \\ \bar{a}_6 &= (1, 2, 3, 5, 0, 1) \end{aligned}$$

Найдите ранг системы векторов.

38. Даны точки A(0,0), B(3,-4), C(-3,4), D(-2,2) и E(10,-3). Найти расстояние d между точками 1) A и B, 2) B и C, 3) A и C, 4) C и D, 5) D и E.

39. Даны две смежные квадрата A(3,-7) и B(-1,4). Вычислить его площадь

40. Вычислить площадь правильного треугольника, две вершины которого суть A(-3,2) и B(1,6).

41. Вычислить

$$\text{а) } i^{98} \quad \text{б) } \frac{(3-i)(1-4i)}{(2-i)} \quad \text{в) } i^{-37}$$

42. Вычислить

$$\text{а) } i^{37} \quad \text{б) } \frac{(1+i)^7}{(1-i)^4} \quad \text{в) } i^{-27}$$

43. Вычислить

$$\text{а) } (1+i)^{1000} \quad \text{б) } (\sqrt{3}+i)^{30}$$

$$\text{в) } (2-\sqrt{2}+i)^{12}$$

44. Вычислить

$$\text{а) } \sqrt[6]{i} \quad \text{б) } \sqrt[4]{1} \quad \text{в) } \sqrt[10]{512(1-i\sqrt{3})}$$

45. Вычислить

$$a) \sqrt[6]{64(i-1)} \quad б) \sqrt[4]{-72(1-i\sqrt{3})}$$

47. Вычислить

$$a) \sqrt[3]{2-2i} \quad б) \sqrt[4]{-4}$$

48. Вычислить

$$a) (1-i)^{100} \quad б) (\sqrt{3}-i)^{30}$$

$$в) (2-\sqrt{2}+i)^{14}$$

49. Вычислить

$$a) \sqrt[5]{2+2i} \quad б) \sqrt[3]{-9}$$

50. Вычислить

$$a) i^{77} \quad б) \frac{(1+i)^5}{(1-i)^3} \quad в) i^{-57}$$

51. Решить уравнения

$$a) x^4 + 1 = 0 \quad б) x^8 + 16 = 0$$

52. Решить уравнения

$$a) x^4 + 4 = 0 \quad б) x^8 + 9 = 0$$

53. Решить уравнения

$$a) |z| + z = 8 + 4i \quad б) |z| - z = 8 + 12i$$

54. Решить уравнения

$$a) z^2 = 3 - 4i \quad б) z^2 = i$$

55. Изобразить на плоскости множество точек, соответствующих комплексным числам, удовлетворяющим следующим условиям

$$a) |z| = 1 \quad б) |z| \leq 2$$

56. Изобразить на плоскости множество точек, соответствующих комплексным числам, удовлетворяющим следующим условиям

$$a) |z - 1 - i| < 1 \quad б) 2 < |z| < 3$$

57. Найдите аргументы комплексных чисел

$$\begin{array}{ll} a) \cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} & б) -\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} \\ в) \cos \phi - i \sin \phi & где \quad -\frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

58. Найдите аргументы комплексных чисел

$$\begin{array}{l} a) 1 - \cos \phi - i \sin \phi \\ б) 1 - \cos \phi + i \sin \phi \\ в) 1 + i \tan \phi \\ где \quad -\frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

59. Решить уравнения

$$a) x^6 + 1 = 0 \quad б) x^4 + 16 = 0$$

60. Найдите аргументы комплексных чисел

$$\begin{array}{ll} a) \cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6} & б) -\cos \frac{\pi}{6} - i \sin \frac{\pi}{6} \\ в) \cos \phi - i \sin \phi & где \quad -\frac{\pi}{4} < \phi < \frac{\pi}{2} \end{array}$$

61. Векторы $\bar{a}$ и $\bar{b}$ образуют угол $\varphi = \frac{3\pi}{4}$, зная, что $|a| = 4$, $|b| = 3$ вычислить:

$$1) (3\bar{a} - 2\bar{b})(\bar{a} + 2\bar{b}) \quad 2) (\bar{a} - \bar{b})^2 \quad 3) (3\bar{a} + 4\bar{b})^2$$

62. Дано, что $|a| = 4$, $|b| = 5$. Определить, при каком значении α векторы $\bar{a} + \alpha\bar{b}$ и $\bar{a} - \alpha\bar{b}$ будут взаимно перпендикулярны

63. Доказать, что вектор $\bar{p} = \bar{b} - \frac{\bar{a}(\bar{a}\bar{b})}{\bar{a}^2}$ перпендикулярен вектору $\bar{a}$.

64. Вычислить, какую работу производит сила $F = (5, 8, 4)$, когда точка ее приложения, двигаясь прямолинейно, перемещается из положения $A(-3, 5, 2)$ в положение $B(4, 1, 3)$.

65. Даны вершины треугольника $A(-2,4,-1)$, $B(-2,0,-4)$ и $C(-2,1,3)$. Определить его внешний угол при вершине A .

66. Дано: $|\vec{a}| = 8$ $|\vec{b}| = 3$ и $\vec{a} \cdot \vec{b} = 12$. Вычислить $|\vec{a} \times \vec{b}|$.

67. Доказать тождество $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2 = |\vec{a}|^2 |\vec{b}|^2$

68. Даны произвольные векторы $\vec{p}, \vec{q}, \vec{r}, \vec{n}$. Доказать, что векторы $\vec{a} = \vec{p} \times \vec{n}$, $\vec{b} = \vec{q} \times \vec{n}$ и $\vec{c} = \vec{r} \times \vec{n}$ компланарны

69. Сила $\vec{f} = (3,2,4)$ приложена к точке $A(1,5,6)$. Определить момент этой силы относительно начала координат.

(Примечание: Если вектор $\vec{f}$ изображает силу, приложенную к какой-нибудь точке M , а вектор $\vec{a}$ идет из некоторой точки O в точку M , то вектор $\vec{a} \times \vec{f}$ представляет собой момент силы $\vec{f}$ относительно точки O .)

70. Сила $\vec{p} = (2,-4,5)$ приложена к точке $M_0(4,-2,3)$. Определить момент этой силы относительно точки $A(3,2,-1)$

71. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 5 & -3 & 3 \\ -1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$$

72. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 1 & 4 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$$

73. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ -2 & -6 & 13 \\ -1 & -4 & 8 \end{pmatrix}$$

74. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & 0 \\ -2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

75. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -3 & 4 \\ 4 & -7 & 8 \\ 6 & -7 & 7 \end{pmatrix}$$

76. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 7 \\ 1 & -4 & 9 \\ -4 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

77. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 5 & -7 & 3 \\ 6 & -9 & 4 \end{pmatrix}$$

78. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 7 & -12 & 6 \\ 10 & -19 & 10 \\ 12 & -24 & 13 \end{pmatrix}$$

79. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 1 & -4 & -8 \\ -4 & 7 & -4 \\ -8 & -4 & 1 \end{pmatrix}$$

80. Найти собственные числа и собственные векторы матрицы

$$\begin{pmatrix} 5 & 6 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. ПОКАЗАТЕЛИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ДОСТИЖЕНИЕ ОБУЧАЮЩИМИСЯ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

УК-1Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач				
Этап (уровень)	Критерии оценивания			
	неудовлетворительно	удовлетворительно	хорошо	отлично
знать	Обучающийся демонстрирует полное отсутствие или недостаточное соответствие следующих знаний: основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач профессиональной деятельности, а именно, - предмет, задачи и структуру предмета «Линейная алгебра»	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих знаний: основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач профессиональной деятельности, а именно, - предмет, задачи и структуру предмета «Линейная алгебра»	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих знаний: основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач профессиональной деятельности, а именно, - предмет, задачи и структуру предмета «Линейная алгебра»	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих знаний: основные законы математических и естественных наук, необходимых для решения типовых задач профессиональной деятельности, а именно, - предмет, задачи и структуру предмета «Линейная алгебра»
уметь	Обучающийся не умеет или в недостаточной степени умеет выполнять: использовать знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области эксплуатации автомобилей и тракторов, а именно, - решать задачи, как	Обучающийся демонстрирует неполное соответствие следующих умений: использовать знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области эксплуатации	Обучающийся демонстрирует частичное соответствие следующих умений: использовать знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области	Обучающийся демонстрирует полное соответствие следующих умений: использовать знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в области эксплуатации автомобилей и тракторов, а именно, - решать задачи, как иллюстрирующие

	иллюстрирующие теоретические положения, так и носящие прикладной характер; - находить решение задачи или доказательство теоремы; - приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса математики -самостоятельно использовать математический аппарат, содержащийся в литературе по прикладным наукам, расширять свои математические познания.	автомобилей и тракторов, а именно, - решать задачи, как иллюстрирующие теоретические положения, так и носящие прикладной характер; - находить решение задачи или доказательство теоремы; - приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса математики -самостоятельно использовать математический аппарат, содержащийся в литературе по прикладным наукам, расширять свои математические познания.	эксплуатации автомобилей и тракторов, а именно, - решать задачи, как иллюстрирующие теоретические положения, так и носящие прикладной характер; - находить решение задачи или доказательство теоремы; - приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса математики -самостоятельно использовать математический аппарат, содержащийся в литературе по прикладным наукам, расширять свои математические познания.	теоретические положения, так и носящие прикладной характер; - находить решение задачи или доказательство теоремы; - приводить примеры и контрпримеры к основным определениям и теоремам курса математики -самостоятельно использовать математический аппарат, содержащийся в литературе по прикладным наукам, расширять свои математические познания.
владеть	Обучающийся не владеет или в недостаточной степени владеет: способностью выбора оптимального метода решения поставленной задачи в зависимости от заданных условий, способностью анализа информационных потоков.	Обучающийся владеет в неполном объеме и проявляет недостаточность владения: способностью выбора оптимального метода решения поставленной задачи в зависимости от заданных условий, способностью анализа информационных потоков.	Обучающимся допускаются незначительные ошибки, неточности, затруднения, частично владеет: способностью выбора оптимального метода решения поставленной задачи в зависимости от заданных условий, способностью анализа информационных потоков..	Обучающийся свободно применяет полученные навыки, в полном объеме владеет: способностью выбора оптимального метода решения поставленной задачи в зависимости от заданных условий, способностью анализа информационных потоков.

4. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Методические указания для занятий лекционного типа

В ходе лекционных занятий обучающемуся необходимо вести конспектирование учебного материала, обращать внимание на категории, формулировки, раскрывающие содержание тех или иных явлений и процессов, научные выводы и практические рекомендации. Необходимо задавать преподавателю уточняющие вопросы с целью уяснения теоретических положений, разрешения спорных ситуаций.

Целесообразно дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из основной и дополнительной литературы, рекомендованной преподавателем и предусмотренной учебной программой дисциплины.

Методические указания для занятий семинарского (практического) типа. Практические занятия позволяют развивать у обучающегося творческое теоретическое мышление, умение самостоятельно изучать литературу, анализировать практику; учат четко формулировать мысль, вести дискуссию, то есть имеют исключительно важное значение в развитии самостоятельного мышления.

Подготовка к практическому занятию включает два этапа. На первом этапе обучающийся планирует свою самостоятельную работу, которая включает: уяснение задания на самостоятельную работу; подбор основной и дополнительной литературы; составление плана работы, в котором определяются основные пункты предстоящей подготовки. Составление плана дисциплинирует и повышает организованность в работе. Второй этап включает непосредственную подготовку к занятию, которая начинается с изучения основной и дополнительной литературы. Особое внимание при этом необходимо обратить на содержание основных положений и выводов, объяснение явлений и фактов, уяснение практического приложения рассматриваемых теоретических вопросов. Далее следует подготовить тезисы для выступлений по всем учебным вопросам, выносимым на практическое занятие или по теме, вынесенной на дискуссию (круглый стол), продумать примеры с целью обеспечения тесной связи изучаемой темы с реальной жизнью. Готовясь к докладу или выступлению в рамках интерактивной формы (дискуссия, круглый стол), при необходимости следует обратиться за помощью к преподавателю.

При решении задач нужно обосновать каждый этап решения исходя из теоретических положений курса. Если студент видит несколько путей решения, то он должен сравнить их и выбрать из них самый лучший. Полезно до начала вычислений составить краткий план решения.

Решения задач и примеров следует излагать подробно, вычисления располагать в строгом порядке, отделяя вспомогательные вычисления от основных. Чертежи можно выполнять от руки, но аккуратно и в соответствии с данными условиями. Если чертеж требует особо тщательного выполнения (например, при графической проверке

решения, полученного путем вычислений), то следует пользоваться линейкой, транспортиром, лекалом и указывать масштаб.

Полученный ответ следует проверять способами, вытекающими из существа данной задачи. Если, например, решалась задача с конкретным физическим или геометрическим содержанием, то полезно, прежде всего, проверить размерность полученного ответа. Полезно также, если возможно, решить задачу несколькими способами и сравнить полученные результаты.

Решение задач определенного типа нужно продолжать до приобретения твердых навыков в их решении.